X JUEGOS MATEMÁTICOS INTER-REGIONALES 2008

ORGANIZA:

Área de Matemática del Colegio San Mateo Osorno

COLABORAN:

Universidad Tecnológica de Chile Inacap Temuco
Colegio Windsor School de Valdivia
Colegio Puerto Varas de Puerto Varas
Colegio Cahuala Insular de Castro
Liceo San Felipe Benicio de Coyhaique

AUSPICIAN:

Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica Conicyt Explora

Universidad San Sebastián

Universidad Tecnológica de Chile Inacap

INTRODUCCIÓN

Los Juegos Matemáticos es un certamen de resolución de ejercicios y problemas dirigido a los alumnos con habilidades en Matemática de Séptimo Básico a Cuarto Medio.

Este año 2008 se realizará de manera INDIVIDUAL , para el cual cada Establecimiento podrá presentar a 10 alumnos participantes por SERIE , entre las series de 7º - 8º Básico , 1º- 2º Medio y 3º - 4º Medio .

Esperamos que el ámbito de participantes sea creciente, de tal manera que el número de Establecimientos Educacionales de la IX , XIV , X y XI región aumente notoriamente. En los IX Juegos Matemáticos participaron en total 85 Establecimientos con un total de 1000 alumnos aproximadamente.

Se pretende con esto que los alumnos se interesen y motiven por aprender más, a través de la investigación individual y grupal. Que exista el diálogo y la discusión entre los jóvenes matemáticos sobre conceptos, propiedades y formas de resolución de diversos problemas por su propia iniciativa y puedan desarrollar al máximo todas sus potencialidades.

En el presente año 2008 los colegios colaboradores y sedes para rendir pruebas son : Universidad Tecnológica de Chile Inacap de Temuco , Colegio Windsor School de Valdivia , Colegio Puerto Varas de Puerto Varas , Colegio Cahuala Insular de Castro y el Liceo San Felipe Benicio de Coyhaique.

Tenemos aún como desafío seguir entusiasmando a los alumnos del sistema municipal porque es ahí donde queremos aumentar la motivación por el trabajo en la asignatura de Matemática, tanto por parte de los alumnos como de sus profesores.

Sabemos que existen excelentes alumnos y profesores que desean mostrar su trabajo y que con esfuerzo pueden lograr grandes éxitos. Este concurso tiene también como meta generar un ambiente agradable de estudio y de investigación no solo entre los alumnos sino también con los profesores.

Los alumnos de Escuelas y Liceos con habilidades en la asignatura de Matemática pueden desarrollarse en ella y plantearse grandes desafíos. Además, se muestra una forma diferente de realizar el trabajo en la asignatura por que los alumnos pueden palpar en qué nivel se encuentran y muchos hacen esfuerzos por mejorar .

En las finales de las Olimpiada Nacional de Matemática hemos tenido durante años consecutivos , alumnos que han ganado medallas y que también han participado en nuestros Juegos Matemáticos. Esto nos motiva más aún porque nos damos cuenta que vamos en una buena senda.

Los ejercicios que se presentan a continuación han aparecido en las **pruebas de años anteriores**:

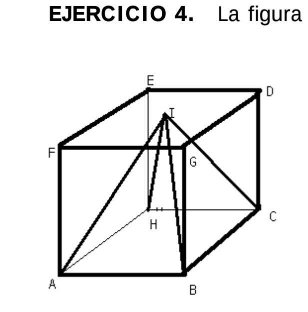
EJERCICIOS SERIE 7º - 8º BÁSICO

EJERCICIO 1. Un collar se rompió mientras jugaban dos enamorados. Una hilera de perlas se escapó. La sexta parte al suelo cayó. La quinta parte en el lecho quedó. Un tercio por la joven se salvó. La décima parte el bienamado recogió. Y con seis perlas el cordón quedó. Dime concursante ¿cuántas perlas tenía el collar de los bienaventurados?

EJERCICIO 2. En una oficina hay dos mecanógrafos que escriben a diferente velocidad. Para escribir un informe, Juan tarda 3 horas y Esperanza 2 horas. ¿En cuánto tiempo lo copiarán entre los dos si se distribuyen el trabajo para hacerlo en un plazo más breve?

EJERCICIO 3. Anselmo es un pastor al que le gustan mucho las matemáticas y tiene entre 80 y 100 ovejas en su rebaño. Un día observándolo pensó que el número de ovejas que dormían era igual a los $\frac{7}{8}$ de las que no dormían. ¿Cuántas ovejas hay exactamente en el rebaño?

EJERCICIO 4. La figura que se da a continuación es un cubo de arista 9 cm. Los puntos F,G,D,E,I son coplanarios. El punto I que es la cúspide de la pirámide, es el centro de la cara superior del cubo. Se sabe además que el volumen de una pirámide es igual a la tercera parte del producto de su área basal por su altura,



a) Calcula lo más aproximadamente, la distancia de la cúspide de la pirámide a uno de los vértices del cubo que son coplanarios a ella.

b) Demuestra que el volumen de la pirámide A,B,C,H,I es la tercera parte del volumen del cubo.

EJERCICIO 5. Un montón de naranjas se apila cuidadosamente en capas de forma que en el hueco de 4 naranjas de una capa se coloca otra de la capa superior. La primera capa por abajo tiene "m" filas y "n" columnas y la última por arriba una sola fila; siendo "m" el número de diagonales de un decágono y "n" el menor número que dividido por 4 da resto 3, por 5 da resto 4, y por 6 da resto 5. ¿Cuántas naranjas tiene el montón

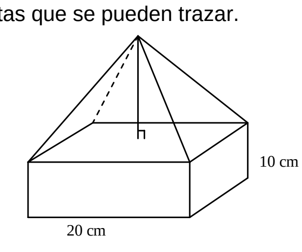
EJERCICIO 6. Las ruedas de una bicicleta que miden 80 y 70 centímetros de diámetro, respectivamente, tiene una marca en el punto en que ambas se apoyan en el suelo. ¿Cuál es la distancia mínima que debe recorrer la bicicleta para que ambas marcas queden nuevamente en el mismo lugar?

EJERCICIO 7. Desarrolla:

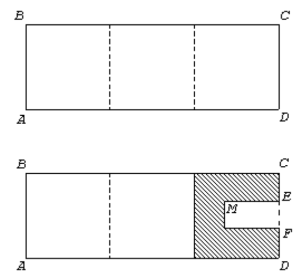
$$\frac{\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\right)+\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)}{\sqrt{(-0,3)^2\cdot 200+0,3\cdot 20+1}}+\left(\frac{2-\frac{1}{3}}{2-3\cdot\frac{1}{6}}\right)+\frac{\sqrt{(0,6)^2+(0,8)}}{\sqrt{(0,5+0,3)(0,5-0,3)}}=$$

EJERCICIO 8. Si la altura de la pirámide de base rectangular es igual a la medida del ancho del prisma más un 25 % del mismo, y el ancho del prisma es igual a la altura del prisma más un 20 % del mismo. ¿Cuál es el volumen de la pirámide?

EJERCICIO 9. Dados 100 puntos del plano, tales que 3 cualesquiera de ellos no son colineales, determinar el número de rectas distintas que se pueden trazar.



EJERCICIO 10.
El rectángulo *ABCD* tiene 48 cm de perímetro y está formado por 3 cuadrados iguales. *CE = EF = FD* ; *EM* = 2*CE*
¿Cuál es el perímetro de la figura rayada?



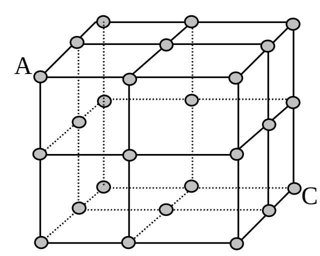
EJERCICIO 11. Pablo tiene cuatro cajas con lápices. En la caja celeste tiene 4 lápices ; en la caja naranja 5 lápices ; en la roja 6 y en la verde 7 lápices. Puede hacer alguno de los siguientes movimientos en cualquier orden :

a) Elegir 3 cajas, sacar un lápiz de cada una de estas cajas y poner los 3 en la caja restante.
b) Sacar 3 lápices de una caja y poner 1 en cada una de las 3 cajas restantes.

Después de varios de estos movimientos, en la caja celeste quedan 5 lápices y en la caja verde quedan 12 lápiz ¿Cuántos lápices quedan en la caja naranja y cuántos en la caja roja? Muestra cómo llegaste a la respuesta.

EJERCICIO 12. En la isla de Camelot viven 13 camaleones rojos, 15 verdes y 17 amarillos. Cuando dos de distinto color se encuentra, cambian simultáneamente al tercer color. ¿Podría darse la situación en la que todos tengan el mismo color?

EJERCICIO 13.
En un cubo de 2 cm de arista se cuadricularan las 6 caras como se ve en la figura. Una hormiguita está parada en el vértice A. Si camina por las líneas de la cuadrícula ¿por cuántos caminos de 6 cm de longitud puede ir desde A a C?

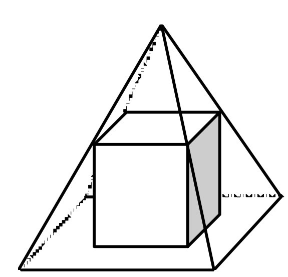


EJERCICIO 14. Jorge ha dibujado un cuadrado ABCD con tinta negra y debe colorear con rojo todos los puntos P del interior del cuadrado tales que el área del cuadrilátero BCPA es igual al triple del área del cuadrilátero APCD. Describir cuál es la parte roja del dibujo y justifica.

EJERCICIO 15. Dos reglas de dos metros de largo se colocan superpuestas, haciendo coincidir las trazas de división cero. Sabiendo que las divisiones de la primera son de 78 mm. y las de la segunda de 90mm. ¿ cuáles son las otras trazas de división que coinciden?

EJERCICIO 16. Tres personas desean repartir 180 libros, 240 juguetes y 360 chocolates, respectivamente, entre un cierto número de niños, de tal modo que cada uno reciba un número exacto de libros, de juguetes y chocolates. ¿Cuál es el mayor número de niños que puede beneficiarse en esta forma?

EJERCICIO 17. Un cubo está inscrito en una pirámide cuadrangular regular, tal como se muestra en la figura. Si la altura de la pirámide es el doble que la arista del cubo y el área basal de la pirámide es el cuádruplo del área de una de las caras del cubo, ¿ qué fracción del volumen de la pirámide representa el volumen del cubo?

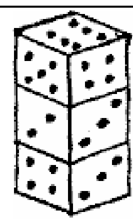


EJERCICIOS DE SELECCIÓN MÚLTIPLE:

EJERCICIO 1. En la chaqueta de un gigante hay 585 bolsillos ; en cada uno viven 3 ratones, y cada ratón está acompañado por 5 ratoncitos. ¿Cuántos ratoncitos viven en la chaqueta del gigante?

A) (585 : 3) : 5 B) (585 · 3) : 5 C) (585 · 5) : 3
D) 585 · 3 · 5 E) 585 · (5+3)

EJERCICIO 2. Tres dados idénticos están colocados como muestra la figura, encima de una mesa. La cara inferior de cada dado marca los mismos puntos que la superior del dado que está debajo. ¿Cuántos puntos marca la cara del dado que se apoya sobre la mesa?



A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 6

EJERCICIO 3. Un litro de limonada contiene el 80% de agua. ¿Qué porcentaje de agua contendrá la limonada, si alguien se bebe medio litro?

A) 30% B) 40% C) 100% D) 80% E) 10%

EJERCICIO 4. El número 2000 se obtiene multiplicando sólo doces y cincos. ¿Cuántos de cada?

A) 2 doces y 5 cincos B) 3 doces y 3 cincos
C) 3 doces y 4 cincos D) 4 doces y 3 cincos
E) 4 doces y 4 cincos

EJERCICIO 5. ¿Cuántos ángulos de 30° están dibujados en un hexágono regular con todas sus diagonales trazadas?

A) 4 B) 6 C) 12 D) 24 E) 36

EJERCICIO 6. En una tira de papel de 1 m. de longitud hacemos marcas dividiendo la tira en 4 partes iguales, y , en el mismo lado de la tira, volvemos a hacer marcas dividiéndola en 3 partes iguales. Después de eso, cortamos la tira por todas las marcas que hemos señalado. ¿Cuántas longitudes diferentes tienen los trozos de la tira?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

EJERCICIO 7. Hallar la última cifra de la representación decimal finito del número $\frac{1}{5^{2000}}$

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 5

EJERCICIO 8. El número 6pqpqpq es múltiplo de 18 ; si borramos la primera y la última cifra, se convierte en un múltiplo de 6. La cifra p vale:

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 0

EJERCICIO 9. Escribimos en orden creciente los números enteros positivos que son iguales al producto de sus divisores positivos (distintos de ellos mismos) . ¿ Cuál es el sexto de esos números?

A) 14 B) 15 C) 21 D) 22 E) 25

EJERCICIO 10. Si recortamos un vértice de un cuadrado, ¿cuántos vértices tiene el polígono resultante?

A) 0 B) 1 C) 3 D) 4 E) 5

EJERCICIOS SERIE 1º - 2º MEDIO

EJERCICIO 1. Simplificar

$$\frac{xy+2x+3y+6}{xy+2x-y-2}\cdot\frac{xy-2x-y+2}{xy-2x+3y-6}=$$

EJERCICIO 2. Todas las calles de un pueblo son rectas sin que haya dos paralelas. Al colocar un farol en cada cruce, so colocan 66 faroles. ¿ Cuántas calles tenía el pueblo como mínimo?

EJERCICIO 3. ¿Cuál es el mejor método para calcular el resultado de : $53634^2 - 53633^2$?

EJERCICIO 4. Calcula el área sombreada en la figura formada por un cuadrado de lado 4 cm , dos semicircunferencias y un sector circular cuyo centro está en un vértice del cuadrado.

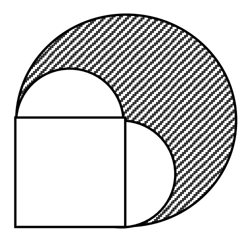
EJERCICIO 5. Se pide recortar en cada uno de los vértices de un cuadrado de lado "a" , un triángulo isósceles del mismo tamaño , de modo que el perímetro del octógono resultante sea los tres cuartos del perímetro del cuadrado. ¿Cuál será la magnitud de los lados iguales del triángulo isósceles?

EJERCICIO 6. Simplificar la expresión

$$\frac{\sqrt[3]{\dfrac{\sqrt[3]{\frac{3}{4}-1+\frac{1}{8}}}{\frac{5}{3}-\frac{1}{6}}\cdot\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2+\frac{2}{3}\right]\cdot 10^{-1}}}{\left[-1-\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}\right]^{-1}}=$$

EJERCICIO 7. Un reloj se mueve con velocidad constante y sus agujas se superponen cada 62 minutos. Averigua si el reloj se adelanta o atrasa y precisa en qué proporción.

EJERCICIO 8. Dos circunferencias de radio 1m y 75 cm respectivamente, cuyos centros distan 2m, se unen por una correa sin fin exteriormente, determina su longitud.



EJERCICIO 9. Resolver: $\frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{16}=1{,}4375$, de modo que x, y, z son números naturales, y las fracciones resultantes son irreductibles

EJERCICIO 10. Una flota de la FXZ/Y se compone siempre de naves dispuestas en cuadrados. El general Black Gillor reúne las flotas A y B para formar una flota C. Ataca la tierra y sufre cuantiosas pérdidas. Sólo sobrevivió la última fila. Con las naves restantes, el general formó la flota D que prefiere subdividir en dos flotas E y F . Entonces E y F pasan al ataque. De nuevo únicamente las últimas filas de E y F se salvan de la masacre. Le quedan 28 naves. ¿ Cuál es el número inicial de naves de Black Gillor?

EJERCICIOS DE SELECCIÓN MÚLTIPLE:

EJERCICIO 1. Cuando los alumnos van de la escuela al museo, lo hacen en filas de tres. María, Pepi y Rosa observan que son las séptimas contando desde el principio, y las quintas contando desde el final. ¿Cuántos alumnos van al museo?

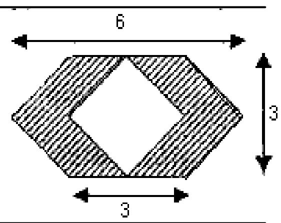
A) 12 B) 2 C) 30 D) 33 E) 36

EJERCICIO 2. ¿Cuánto tiempo tardaremos en imprimir un millón de letras, si imprimimos cien en 1 minuto?

A) 160h 40 min B) 166h 40 min C) 120h 40 min D) 18h 10 min E) 200 h

EJERCICIO 3. ¿Cuánto vale el área de la parte oscura?

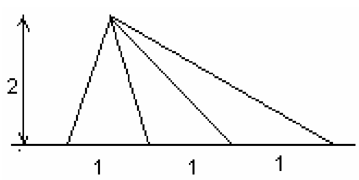
A) 5 B) 9 C) 12
D) 15 E) 18



EJERCICIO 4. Dos descuentos sucesivos del 10% y del 20% son equivalentes a un único descuento del

A) 30% B) 15% C) 72%
D) 28% E) Otra respuesta

EJERCICIO 5. La suma de las áreas de todos los triángulos que se pueden formar en la figura es:



A) 3 B) 4
C) 7 D) 8
E) 10

EJERCICIO 6. Tenemos 3 cajas y 3 objetos; una moneda, una concha y un dado. Cada caja contiene un objeto. Se sabe que:

- La caja verde está a la izquierda de la caja azul.
- La moneda está a la izquierda del dado.
- La caja roja está a la derecha de la concha.
- El dado está a la derecha de la caja roja

¿ En qué caja está la moneda?

A) En la caja roja B) En la caja verde
C) En la caja azul D) No se puede saber
E) Es imposible que se cumplan esas condiciones

EJERCICIO 7. Entre las 11h 11m y las 13h 13 m, ¿ qué intervalo de tiempo transcurre?

A) 02 h 00m B) 12h 12m C) 02h 12m
D) 02h 02m E) 112 m

EJERCICIO 8. ¿Cuál de los siguientes es un triángulo isósceles no equilátero?

A) Cualquier triángulo
B) Un triángulo rectángulo con ángulos de 30°, 60º
C) Un triángulo con ángulos de 30°, 100ºº
D) Un triángulo con ángulos de 50°, 80º
E) Un triángulo cuyos tres lados son iguales

EJERCICIO 9. El domador más experto del circo tarda 40 minutos en bañar a un elefante. Su hijo tarda 2 horas en hacer lo mismo. ¿Cuánto tardarán los dos juntos en bañar a los 3 elefantes del circo?

A) 30 min. B) 45 min. C) 60 min. D) 90 min. E) 100 min.

EJERCICIO 10. Alicia viene al club todos los días; Benito, cada 2 días; Carmen cada 3 días; Daniel cada 4 días; Elena cada 5 días, Félix cada 6 días y Gabi cada 7 días. Hoy están todos en el club. ¿Cuántos días pasarán hasta la próxima vez que se encuentren todos en el club?

A) 27 B) 28 C)210 D)420 E) 5040

EJERCICIOS SERIE 3º - 4º MEDIO

EJERCICIO 1. Encuentra el dominio de la función

$$f(x) = \sqrt{x^2 - x - 6}$$

EJERCICIO 2. Dos cuerdas de una circunferencia están opuestas por el centro, son paralelas y miden 16 y 12 cm respectivamente. La distancia entre ellas es de 14 cm. Determine la longitud del diámetro de la circunferencia.

EJERCICIO 3. ¿Qué valor debe tener k en la siguiente ecuación para que la suma de las raíces sea 12?

$$\sqrt{2x+k} + \frac{6}{\sqrt{2x+k}} = \sqrt{6x+k}$$

EJERCICIO 4. Se dan dos longitudes a y b (a > b).
Demostrar que las longitudes $\frac{a-b}{2}$, $\frac{a+b}{2}$, $\sqrt{ab}$ son los lados de un triángulo rectángulo.

EJERCICIO 5. a) Determinar para qué valor de "a" el siguiente sistema tiene solución.

$$\begin{aligned} (a+1)x + 2y + z &= a+3 \\ ax+y &= a \\ ax + 3y + z &= a+2 \end{aligned}$$

b) Resolver el sistema en un sólo caso que resulte ser compatible. **Fundamenta tus respuestas.**

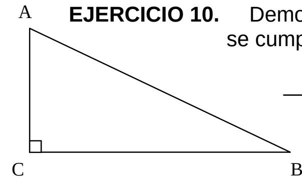
EJERCICIO 6. Si compro "x" libros a "y" pesos, me cuestan $750 menos que si compro cinco libros menos a $250 más. Lo que cuesta un libro es cuatro veces mayor que el número de libros. ¿Cuánto cuesta cada libro?

EJERCICIO 7. En la ecuación $ax^3 + bx^2 - bx - a = 0$, $a > 0$, $b < 0$. Una de las raíces de la ecuación es $\frac{2}{3}$.

a) Calcular las otras dos raíces
b) Determinar los valores de "a" y "b

EJERCICIO 8. Se desea abrir el túnel para una nueva carretera, atravesando una montaña de 260 pies de altura. A una distancia de 200 pies de la base de la montaña, el ángulo de elevación es de 36º. Desde una distancia de 150 pies, al otro lado, el ángulo de elevación es 47º. Calcular la longitud del túnel aproximando al pie más cercano.

EJERCICIO 9. Un tetraedro trirrectángulo en O tiene aristas $\overline{OA} = 4a$, $\overline{OB} = \overline{OC} = 3a\sqrt{2}$. ¿ Cuál es el valor de la superficie del tetraedro?



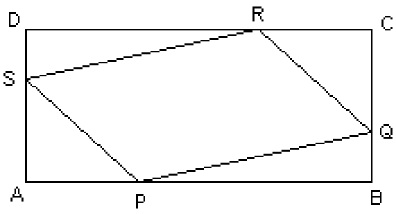
EJERCICIO 10. Demostrar que en el triángulo ABC, se cumple que : sen 2A - cos 2A =

$$\frac{(a+b)^2 - 2b^2}{c^2}$$

EJERCICIO 11. Si $x + y = a$, y además $xy = b$, encontrar el valor de $x^6 + y^6$.

EJERCICIOS DE SELECCIÓN MÚLTIPLE :

EJERCICIO 1. Los puntos P, Q, R y S dividen a los lados del rectángulo ABCD en la razón 1 : 2 como se ve en la figura. El área A_{PQRS} del paralelogramo PQRS es igual a



A) $\frac{2}{5}A_{ABCD}$ B) $\frac{3}{5}A_{ABCD}$ C) $\frac{4}{9}A_{ABCD}$

D) $\frac{5}{9}A_{ABCD}$ E) $\frac{2}{3}A_{ABCD}$

EJERCICIO 2. La hipotenusa AC de un triángulo rectángulo ABC se divide en 8 partes iguales, mediante 7 segmentos paralelos a BC. Si BC = 10, entonces la suma de las longitudes de esos 7 segmentos es igual a:

A) No se puede saber B) 50 C) 70 D) 35 E) 45

EJERCICIO 3. El número $\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^{2000} \cdot \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^{2000}$ es igual a:

A) $\frac{5^{2000}-1}{4}$ B) $\frac{5^{2000}+1}{4}$ C) 4^{1000} D) 1 E) $\left(\frac{\sqrt{5}}{4}\right)^{2000}$

EJERCICIO 4. El polinomio $p(x) = x^5 + bx + c$ tiene coeficientes enteros y $p(3) = 0$. Entonces "c" no puede ser

A) 10 B) 12 C) 15 D) 36 E) 9

EJERCICIO 5. ABCDEF es un hexágono regular. P y Q son los puntos medios de AB y EF, respectivamente. ¿Cuánto vale la razón $\frac{\text{Área (APQF)}}{\text{Área (ABCDEF)}}$?

A) 5 : 36 B) 1 : 6 C) 5 : 24 D) 1 : 4 E) 5 : 18

EJERCICIO 6. Alberto, Benito y Carlos ponen dinero en un juego en la proporción 1:2:3.Después del juego, se reparten el dinero que han puesto en la proporción 4:5:6. ¿ Qué sucedió?

A) Alberto y Benito perdieron, Carlos ganó.
B) Alberto y Carlos ganaron, Benito perdió.
C) Alberto ganó, Carlos perdió y Benito no ganó ni perdió.
D) Alberto perdió, Carlos ganó y Benito ni ganó ni perdió
E) Ninguna de las anteriores

EJERCICIO 7. María tiene una caja rectangular llena de terrones de azúcar. Se come la capa superior, que tiene 77 terrones. Luego se come una de las capas laterales, lo que supone 55 terrones. Finalmente se come la capa frontal. ¿Cuántos terrones quedan en la caja?

A) 203 B) 256 C) 295 D) 300
E) 350

EJERCICIO 8. Cuatro gatos, Bill, Tom, Minnie y Liz fueron a cazar ratones. Tom y Liz juntos cazaron tantos ratones como Minnie y Bill. Bill cazó más ratones que Minnie. Bill y Liz juntos cazaron menos ratones que Tom y Minnie juntos. ¿ Cuántos ratones cazó Minnie , si Tom cazó 3?

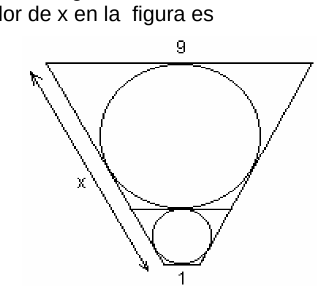
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

EJERCICIO 9. Si $2^{1994} + 4^{997} + 8^{665} = 16^x$, entonces x + 221 =?

A) 1218 B) 1000 C) 720 D) 670 E) 620

EJERCICIO 10. Si el radio del círculo grande es tres veces el radio del pequeño, entonces el valor de x en la figura es

A) 9
B) 8
C) $6\sqrt{3}$
D) $6\sqrt{2}$
E) 7,5



ALGUNOS EJERCICIOS AÑO 2005:

SERIE 7º - 8º BÁSICO

1.- En el año 2006 Lucía irá a la Feria del Libro. Pagará 5 euros de entrada. Comprará varios libros y un diccionario. Los libros costarán 84 euros. Al agregar el diccionario, el total superará los 100 euros.
Por compras superiores a 100 euros se hará un descuento del 15 % y, además, se devolverá el importe de la entrada. Lucía pagará con un billete de 100 euros y un billete de 20 euros. Le devolverán 14,5 euros. ¿Cuál será el precio de venta del diccionario?

2.- La bicicleta de Andrés tiene la rueda delantera de 4 metros de circunferencia y la trasera de 5 metros de circunferencia. ¿Cuántas vueltas más dio la rueda delantera que la trasera mientras que Andrés recorrió 400 metros?

3.- Los 16 dígitos de una tarjeta de crédito están escritos en sus casillas de modo que la suma de cada tres cifras consecutivas es 18. ¿Podrías averiguar el número completo?

4.- Tenemos un cuadrilátero con los cuatro lados diferentes, pero las diagonales son perpendiculares y miden 8 y 5 metros, respectivamente. ¿Cuánto vale su área?

5.- ¿ Cual es el lado de un cuadrado más grande que se puede inscribir en una circunferencia de 6 centímetros de diámetro?

6.- Las ruedas de una bicicleta, que miden 80 y 70 centímetros de diámetro, respectivamente, tiene una marca en el punto en que ambas se apoyan en el suelo. ¿ Cuál es la distancia mínima que debe recorrer la bicicleta para que ambas marcas queden nuevamente en el mismo lugar?

SELECCIONA LA ALTERNATIVA CORRECTA:
(JUSTIFICANDO CADA UNA DE ELLAS)

1) Juan ha pintado $\frac{1}{4}$ de una pared y Pedro $\frac{1}{3}$ de ella.
¿Qué parte de la pared han pintado?

A) $\frac{7}{12}$ B) $\frac{5}{12}$ C) $\frac{10}{12}$ D) $\frac{9}{12}$ E) $\frac{8}{12}$

---

2) Cristina ocupa 48 ovillos de hilo, para tejer 3 chalecos de igual tamaño. ¿Cuántos ovillos necesitará para tejer 4 chalecos similares?

A) 64 B) 48 C) 36 D) 16 E) 12

---

3) Don Antonio ganó $ 180.000 por 15 días de trabajo. ¿Cuánto dinero recibirá si en total trabaja 60 días, en las mismas condiciones?

A) $ 12.000 B) $ 360.000 C) $ 450.000
D) $ 720.000 E) $ 650.000

---

4) Un grupo de personas asiste a un concierto de música donde se hace rebaja de un 10% por cada 5 entradas.
Si una persona junta a 14 personas más y cada entrada individual sale a $5000, ¿cuál es el valor de cada entrada con la rebaja?

A) 4750 B) 4500 C) 4400 D) 4100 E) 4200

5) En un cajón de naranjas y plátanos están en la proporción 3 : 2 ¿cuál es la cantidad de naranjas que hay si el total de frutas que hay entre las dos es 200?

A) 80 B) 140 C) 120 D) 150 E) 160

---

6) El valor del opuesto de $3 \cdot [-4 - (4 - 1) + 1]$ es:

A) –18 B) –16 C) 10 D) 16 E) 18

---

7) Sean a = 0,5; b = 0,05; c = 0,005. Entonces

$\frac{a \cdot c}{b} = ?$

A) 0,0005 B) 0,05 C) 0,005 D) 0,5 E) 5

---

8) Los lados de un rectángulo están en la razón 5 : 2 y su área es 360 cm^2. ¿Cuál es su perímetro?

A) 12 cm. B) 30 cm. C) 42 cm. D) 84 cm. E) 64 cm

---

9) ¿Cuál es el resto si dividimos por 5 el cociente de dividir 55 entre 8?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

---

10) ¿Cuál de las siguientes cantidades es la menor?

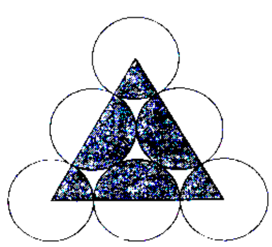
A) $(0,1)^2 - 1$ B) $(0,001)^2 - 1$ C) $(0,1)^2 + 1$
D) $1 - (0,1)^2$ E) $(0,1)^2$

SERIE 1º - 2º MEDIO

1.- Si a : b = c : d, entonces demuestra que,

$$\frac{a+2c}{a+c} = \frac{b+2d}{b+d}$$

2.- En la siguiente figura, los círculos son tangentes (se tocan en un solo punto), todos los círculos son del mismo tamaño y tiene radio igual a 2. Encontrar el área de la región sombreada.



3.- Si (2x + b)(x – a) – (x + b)(x + a) = x(x – a) ; entonces, **x + a =** ?

4.- Si (*a*,*b*) denota al máximo común divisor de *a* y *b*, entonces , ¿cuál es el valor de $(a^4 - b^4, a^2 - b^2)$?

5.- Considera el menor entero positivo que al dividirlo entre 10 deja residuo 9, al dividirlo entre 9 deja residuo 8, al dividirlo entre 8 deja residuo 7, etc., hasta que al dividirlo entre 2 deja residuo 1. Al dividirlo entre 11 ¿cuánto deja de residuo?

6.- Si un cubo de arista igual a 5 se parte en cubos de arista igual a 1, entonces la suma de las longitudes de todas las aristas de todos los nuevos cubos es:

SELECCIONA LA ALTERNATIVA CORRECTA:
(JUSTIFICANDO CADA UNA DE ELLAS)

1. $(3+4x)^2 + (4+3x)^2 = (5+5x)^2$

A) 1 B) -1 C) 2
D) -0,5 E) Ninguna de las anteriores

2.- Si $c : a = 3 : 5$ y $a : b = 3 : 2$. Entonces ¿Cuál(es) de las siguientes expresiones es(son) falsa(s)?

I. $a : b : c = 9 : 6 : 15$
II. $b : c = 9 : 10$
III. $\frac{9ab}{10} = \frac{5c^2}{3}$

A) I y II B) I y III C) II y III D) Solo III E) I, II y III

---

3. Una dueña de casa cuenta con $1.216 para ir de compras a la feria. Si el kilo de papas vale $548 y el de porotos $120, ¿cuál debe ser la razón entre los kilos de papas y de porotos (en ese orden) para que la dueña de casa puedas gastar toda la plata y llevar 3 kilos de verduras a su casa?

A) 1 : 2 B) 1 : 4 C) 4 : 1 D) 1 : 3 E) 2 : 1

---

4. El cuociente entre el **75% de "x"** y el **15% de"y"** se multiplica con el **60% de "z"**. El resultado obtenido es:

A) $\frac{3xy}{z}$ B) $\frac{300xz}{y}$ C) $\frac{xy}{3z}$
D) $\frac{3xz}{y}$ E) $\frac{3yz}{5x}$

---

6. Un kilo de manzanas vale 25% más que un kilo de naranjas y este vale 10% más que un kilo de peras. Si las peras valen $100 el kilo, cuatro kilos de manzanas valen:

A) $137,5 B) $550 C) $135

D) $142 E) Ninguna de las anteriores

---

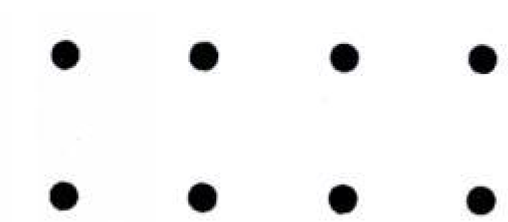
7. $\left((0,8)^2 \cdot (0,512)^{-1}\right) = ?$

A) 1,25 B) 8 C) 0,8

D) $\frac{1}{8}$ E) Ninguna de las anteriores

---

8. Con vértices en los puntos de la figura, ¿Cuántos cuadriláteros se pueden dibujar?



A) 4 B) 16 C) 24 D) 36 E) 48

---

9. Yo salí de mi casa en automóvil a las 8:00 de la mañana. Un automóvil que va al doble de mi velocidad sale también de mi casa, me alcanza exactamente a la mitad del camino y llega 1:30h antes que yo a nuestro lugar de destino. ¿A qué hora salió el otro automóvil?

A) 8:00 h B) 8:30 h C) 9:00 h D) 9:30 h E) 10:00 h

---

10. Si **S** = 1 **+** 2 **+** 3 **+** ... **+** 100, ¿cuántos signos **+** hay que cambiar por signos **-** para obtener 1991 en lugar de **S**?

A) Es imposible B) 3 C)4 D) 5 E) 6

SERIE 3º - 4º MEDIO

1. Si "x" es solución de la ecuación

$$xb\sqrt{b}+\left[\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[4]{b^{-1}}}\cdot\left(\frac{b^{0,5}}{a^{1/3}}\right)^{2} : \frac{a^{-\frac{1}{3}}}{b^{-0,5}}\right]^{6}=0 ,$$

Entonces x + 2 = ?

---

2. Si se define una función como $f(x-1) = x^2 + 3x - 18$, determina el(los) valor(es) de "x" tal que $f(x + 1) = 22$.

---

3. La aplicación de la Matemática está presente cada vez más en el área de la Biología.
Se ha encontrado que la velocidad de la sangre en una arteria es una función de la distancia de la sangre al eje central de la arteria. Según la ley de Poiseuille, la velocidad de la sangre (expresada en cm/seg) que está a "r" centímetros del eje central de una arteria está dada por la función $V(r) = C\cdot(R^2 - r^2)$, donde C es una constante y R es el radio de la arteria. Supongamos que para cierta arteria, $C = 1{,}76\cdot10^5$ y $R = 1{,}2\cdot10^{-2}$ cm. Calcula :

a) la velocidad de la sangre en el eje central de esta arteria
b) la velocidad de la sangre equidistante de la pared de la arteria y del eje central.

---

4. Desde la superficie del mar, dos buzos A y B observan un tesoro bajo ángulos de depresión de 60º y 30º, respectivamente. Supongamos que B nada al doble de velocidad que A, ¿cuál llega primero al tesoro, sabiendo que la profundidad del mar en ese lugar es de 20 m y que los buzos nadan en línea recta hacia el preciado tesoro?

---

5. En una circunferencia de radio "r" se da una cuerda AB = c y se traza la cuerda BC perpendicular al diámetro que pasa por A. Calcular BC en función de "r" y "c".

SELECCIONA LA ALTERNATIVA CORRECTA: (JUSTIFICANDO CADA UNA DE ELLAS)

1.- El entrenador más experimentado del circo necesita 40 minutos para lavar un elefante. Su hijo lleva a cabo la misma tarea en 2 horas. ¿Cuántos minutos tardarán el entrenador y su hijo en lavar 3 elefantes trabajando juntos?

(a) 30 (b) 45 (c) 60 (d) 90 (e) 100

2.- Si efectuamos el producto de todos los números impares comprendidos entre 1 y 1994, ¿cuál es la cifra de las unidades del número así obtenido?

(a) 1 (b) 3 (c) 5 (d) 7 (e) 9

3.- Alicia va al club cada día; Beatriz va cada 2 días; Carlos va cada 3; Daniel cada 4; Enrique cada 5; Francisco cada 6 y Gabriela cada 7. Si hoy están todos en el club, ¿dentro de cuántos días será la primera vez que vuelvan a reunirse?

(a) 27 (b) 28 (c) 210 (d) 420 (e) 5040

4.- ¿Cuántos números entre 5678 y 9876 tienen la propiedad de que el producto de sus cifras es igual a 343?

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) 5

5.- Un niño corta un cuadrado de tres días por tres días de la página de un calendario. Si la suma de las nueve fechas es divisible entre 10 y sabemos que la fecha de la esquina superior izquierda es múltiplo de 4. ¿Cuál es la fecha de la esquina inferior derecha?

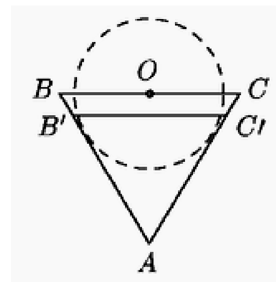
(a) 2 (b) 12 (c) 18 (d) 22 (e) 28

6.- ¿Cuál es el dígito de las unidades de

$(1+1^2) + (2+2^2) + (3+3^2) + ... + (2000+2000^2)$?

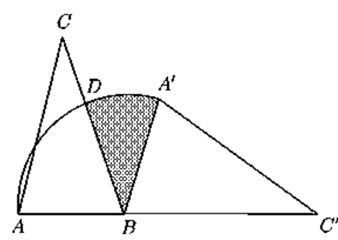
(a) 0 (b) 2 (c) 4 (d) 6 (e) 8

7.- Un barquillo de helado en Chilelandia está formado por un triángulo **ABC** equilátero (el barquillo) y un círculo de radio 1 (la bola de nieve) tangente a **AB** y **AC**. El centro del círculo **O** está en **BC**. Cuando se derrite el helado se forma el triángulo **AB'C'** de la misma área que el círculo y con **BC** y **B'C'** paralelos. ¿Cuál es la altura del triángulo **AB'C'**?



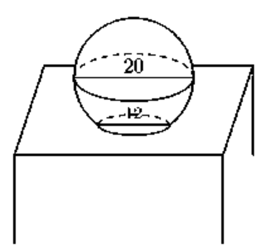
(a) $\sqrt{\pi\sqrt{3}}$ (b) $\sqrt{3\pi}$ (c) $\pi\sqrt{3}$ (d) $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ (e) $\sqrt{\frac{\pi}{\sqrt{3}}}$

8.- En el triángulo **ABC**, **AB** = 1, **BC** = 2 y el ángulo $\angle$ **ABC** es de 72º. Se rota el triángulo **ABC** en el sentido de las manecillas del reloj fijando el vértice **B**, obteniéndose el triángulo **A'BC'**.
Si **A,B,C'** son colineales y el arco **AA'** es el descrito por **A** durante la rotación, ¿cuánto vale el área sombreada ?



(a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $\pi - \frac{3}{2}$ (c) $\frac{\pi}{10}$ (d) $1 - \frac{\pi}{2}$ (e) $\frac{3\pi}{8}$

9.- Una mesa tiene un agujero circular con un diámetro de 12 cm. Sobre el agujero hay una esfera de diámetro 20 cm. Si la mesa tiene 30 cm de altura, ¿cuál es la distancia en centímetros desde el punto más alto de la esfera hasta el piso?



(a) 40 cm (b) 42 cm (c) 45 cm (d) 48 cm (e) 50 cm

10.- Los dos primeros términos de una sucesión son $a_1 = 1$ y $a_2 = 2$. Se define a continuación $a_n = \frac{a_{n-2}}{a_{n-1}}$

¿Cuál es el décimo término de la sucesión?

A) 2^{-10} B) 256 C) 2^{-13} D) 1024 E) 2^{34}

EJERCICIOS JUEGOS MATEMÁTICOS AÑO 2006

SERIE 7º - 8º BÁSICO

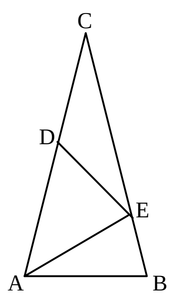
1.- Juan sumó 99 números impares consecutivos y obtuvo como resultado 12375. ¿Cuál es el mayor de los números que sumó Juan? Por ejemplo: 5 y 7 son dos impares consecutivos; 37; 39; 41 y 43 son cuatro impares consecutivos.

2.- Robinson y José entrenan en un circuito circular. Empiezan a correr en el mismo momento y desde el mismo punto, Robinson en el sentido de las agujas del reloj y José en el sentido opuesto. Justo al mediodía vuelven a coincidir en el punto de inicio: Robinson lleva hechas 11 vueltas completas y José lleva hechas 7 vueltas completas. ¿Cuántas veces se cruzaron?

3.- Es un hecho conocido, que el horario y el minutero de cualquier reloj están en línea (180º) cuando el reloj marca las 6,00 horas o las 18,00 horas en punto. Ahora bien, ¿ a que otras horas, minutos y segundos también los punteros del reloj se encuentran en la misma dirección?

4.- La bicicleta de Andrés tiene la rueda delantera de 4 metros de circunferencia y la trasera de 5 metros de circunferencia. ¿Cuántas vueltas más dio la rueda delantera que la trasera mientras que Andrés recorrió 400 metros?

5.- En un triángulo isósceles ABC, de base AB , se marcan los puntos D y E sobre los lados $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$, respectivamente, tales que $\overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EA} = \overline{AB}$. ¿ Cuánto mide el $\angle$ ACB ?



Determina la alternativa correcta :

1. Emilia quiere llenar un tanque para su tortuga con 4 cubetas de agua. En cada viaje Emilia llena la cubeta desde una fuente y camina hacia el tanque, pero en el camino derrama $\frac{1}{3}$ del contenido de la cubeta. ¿Cuántos viajes tiene que hacer para llenar el tanque?

(a) 5 (b) 6
(c) 7 (d) 8 (e) 9

2.- En el cuadrado de la figura se colocaron 8 monedas. Si es posible mover una moneda a cualquier posición que esté libre, ¿cuál es la menor cantidad de monedas que hay que mover para que queden exactamente dos monedas en cada renglón y en cada columna?

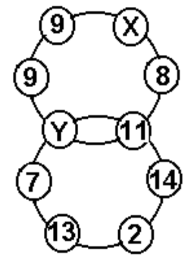
O	O		
O		O	O
		O	O
		O	

(a) 0 (b) 1
(c) 2 (d) 3 (e) 4

3.- Cada página de un libro tiene 32 líneas. El libro tiene 70 páginas. ¿Cuántas páginas ocuparía el mismo libro si en cada página se colocarán 35 líneas?.

(a) 64 (b) 2004 (c) 2240
(d) 2450 (e) Ninguna de las anteriores

4.- La suma de los números en cada círculo debe ser 55. ¿Qué número es **X**?



(a) 9 (b) 10
(c) 13 (d) 16
(e) 17

5.- 2003 es un número primo. ¿Cuál de los siguientes números, que también acaban en 3, es primo?

(a) 2013 (b) 2023 (c) 2043
(d) 2053 (e) 2073

6.- Los hermanos gemelos Marcos y Martín , junto con su padre y su madre, pesan en total 234 kg. Marcos y Martín pesan 38 kg cada uno. Su padre pesa 30 kg más que su madre. ¿Cuánto pesa su madre?

(a) 64 kg (b) 68 kg (c) 83 kg
(d) 94 kg (e) 75 kg

7.- Se consideran todos los enteros positivos de dos cifras tales que la suma de sus cifras es igual a 11. Le sumamos 2 a cada número. ¿Cuántos números divisibles por 4 hemos obtenido?

(a) 1 (b) 2 (c) 3
(d) 4 (e) 5

8.- Un pedazo de papel es un octágono regular. ¿Cuál es el número máximo de veces que puede doblarse este papel de tal manera que en cada doblez las piezas dobladas empalmen perfectamente una sobre la otra?

(a) 1 (b) 2 (c) 3
(d) 4 (e) 8

9.- El agua de un depósito se extrae en 200 veces con un bidón de 15 litros. ¿En cuántas veces se extraerá con un bidón de 25 litros?

(a) 3000 (b) 2500 c) 120
(d) 75000 (e) Ninguna de las anteriores

10.- Daniela tarda 35 minutos para ir a la escuela caminando y regresar a su casa en autobús, mientras que hacer el viaje completo en autobús le toma solamente 22 minutos. ¿Cuánto tarda Daniela en hacer el viaje de ida y vuelta caminando?

(a) 30 (b) 40
(c) 45 (d) 48 (e) 55

SERIE 1º - 2º MEDIO

1. Demuestra que:

$$\left(\frac{1}{a - \dfrac{3}{a + \dfrac{1}{3}}} \cdot \frac{1}{3 + \dfrac{1}{a}} \right) \div \frac{a}{3a - \dfrac{9-4a}{a-1}} = \frac{1}{a-1}$$

---

2. El promedio de las edades de la abuela, el abuelo y sus 7 nietos es de 28 años. El promedio de las edades de los 7 nietos únicamente es de 15 años. Sabiendo que el abuelo es 3 años mayor que la abuela, ¿Cuántos años tiene el abuelo?

3. Los propietarios de una tienda de galletas determinan que su venta semanal "S", varía directamente respecto de su presupuesto de publicidad "A" e inversamente respecto del precio de las galletas "P". Cuando el presupuesto de publicidad es de $400 y el precio de galletas es de $1, se venden 6.200 galletas.

a) Escriba una ecuación de variación que exprese a "S" es términos de "A" y "P".Incluya el valor de la constante.

b) Determine las ventas esperadas si el presupuesto de publicidad es de $600 y el precio de las galletas es de $120.

---

4. En un examen de Matemática que tenía 10 preguntas se daban 5 puntos por cada respuesta correcta y se quitaban 3 puntos por cada error. Todos los alumnos respondieron todas las preguntas. Si Javier obtuvo 34 puntos, Daniel obtuvo 10 puntos y César obtuvo 2 puntos, ¿cuántas respuestas correctas tuvieron entre los tres?

---

5. Determina la altura correspondiente a la hipotenusa de un triángulo rectángulo, en función de "a", cuyos catetos miden (a – 2) cm., "a" cm. , y la hipotenusa (a + 2) cm.

Determina la alternativa correcta :

1. Mariana dibuja flores: una azul, una verde, una roja, una amarilla, una azul, una verde, etc. ¿De qué color es la 29a flor?

A) Azul B) Verde C) Roja
D) Amarilla E) No se puede saber.

---

2. En un edificio se numeran todas las puertas de las oficinas utilizando placas que contenían un dígito cada una (por ejemplo, al numerar la 14a puerta se usaron 2 placas, una con el número 1 y otra con el 4). Si en total se utilizaron 35 placas, ¿cuántas puertas hay?

A) 14 B) 19 C) 22
D) 28 E) 35

---

3. Para hacer una jarra de bebida de frutas se mezclan 4 vasos de jugo de naranja, 2 vasos de jugo de uva y 1 vaso de jugo de mango.¿cuantos vasos de jugo de naranja se necesitan para preparar 350 vasos de bebida de frutas?

A) 200 B) 150 C)100

D) 87.5 E) 80

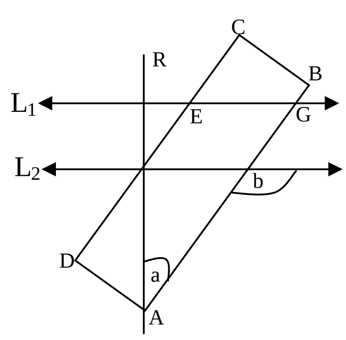
---

4. En la figura, $L_1 // L_2$, $R \perp L_1$, ABCD rectángulo, $\angle$ CEG = 50º,

Entonces

$\angle$ a + $\angle$ b = ?

a) 90º
b) 100
c) 130º
d) 170º
e) 180º



---

5. Un triángulo equilátero ABC está inscrito en una circunferencia de radio $4\sqrt{3}$. ¿Cuál es el área de la región que se encuentra entre la circunferencia y el triángulo?.

a) $36\sqrt{3}$ cm² b) $48\pi - 18\sqrt{3}$ cm²

c) $16\pi - 36\sqrt{3}$ cm² d) $48\pi - 36\sqrt{3}$ cm²

e) $16\pi - 18\sqrt{3}$ cm²

---

6. En un cable de teléfono hay varias palomas. Cuando Ana abrió la ventana 5 de ellas volaron. De las cuales solo regresaron 3. Si quedaron 12 palomas sobre el cable, ¿Cuántas palomas había antes de que Ana abriera la ventana?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 14

---

7. Cuando a un barril le falta el 30% para llenarse contiene 30 litros mas que cuando esta lleno hasta el 30%. ¿Cuántos litros le caben al barril?

A) 60 B) 75 C) 9
D) 100 E) 120

---

8. Dos grillos cantan durante 10 segundos. Uno canta cada 48 segundos y el otro cada 56 segundos. Si a las 12 horas 48 minutos 52 segundos empezaron a cantar juntos, la siguiente vez que comiencen al mismo tiempo serán:

a) 12 horas 49 minutos 40 segundos
b) 12 horas 54 minutos 28 segundos
c) 12 horas 50 minutos 40 segundos
d) 12 horas 50 minutos 36 segundos
e) 12 horas 54 minutos 38 segundos

---

9. ¿Cuántos números de 3 cifras tienen la propiedad de ser divisibles por 25 y que además la cifra de las centenas sea $\frac{2}{5}$ de la cifra de las unidades?
a) 1 b) 2 c) 4
d) Más de 6 e) Ninguna de las anteriores.

---

10. Una población de bacterias aumenta un tercio cada día, y también mueren 500 individuos cada día. Si la población se ha duplicado al finalizar el tercer día. ¿Cuántos individuos tenía la población inicial?

a) 5.550 b) 5.450 c) 5.350
d) 5.400 e) 5.475

SERIE 3º - 4º MEDIO

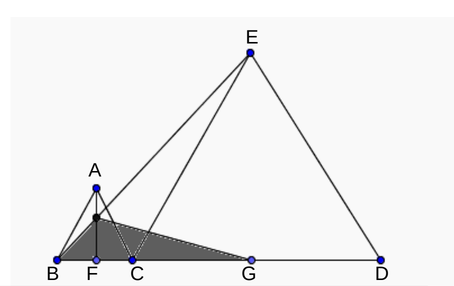
1. Escribe la forma más simple del número expresado por la suma: $\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}}$

---

2. Un tren recorre cierta distancia a velocidad constante. Si la velocidad aumenta en 6 km/h , el tiempo empleado en recorrer la distancia disminuye en 4 horas, y si la velocidad disminuye en 6 km/h, el tiempo aumenta en 6 horas. Calcular la distancia y la velocidad.

---

3. En la figura los triángulos ABC y CDE son equiláteros, C es el punto sobre BD tal que BC = 1 y CD = 4, y F y G son los puntos medios de BC y CD , respectivamente.
¿Cuál es el área del triángulo sombreado?



---

4. Demuestra que la razón entre las superficies de los cubos inscritos y circunscritos a una esfera de radio "a" es 1 : 3 y que la razón entre sus volúmenes es $\sqrt{3} : 9$

---

5. El tiempo, "t" , que tarda en derretirse un bloque de hielo cuando se sumerge en agua es inversamente proporcional a la temperatura, "T".

a) Escribe esta variación como una ecuación
b) Si un bloque de hielo tarda 15 minutos en derretirse cuando se le sumerge en agua con una temperatura de 75º F, determina la constante de proporcionalidad
c) Determina en cuánto tiempo se derretirá un bloque de hielo del mismo tamaño si la temperatura del agua es de 90º F.

Determina la alternativa correcta :

1. Luis estaba calculando el volumen de una esfera y por error usó el valor del diámetro en lugar del radio. ¿Qué debe hacer con su resultado para obtener el volumen correcto?

(a) Dividirlo entre dos (b) Dividirlo entre cuatro
(c) Dividirlo entre ocho (d) Sacarle raíz cuadrada
(e) Sacarle raíz cúbica

---

2. Se necesitan 100 baldosas cuadradas para embaldosar una cierta superficie. Si cada baldosa tuviera 5 cm más, se necesitarían 36 baldosas menos. Entonces, la medida del lado de las baldosas más pequeñas es de :

(a) 10 cm (b) 15 cm (c) 20 cm

(d) 25 cm (e) 30 cm

---

3. Si $f(x) = 5^x$, entonces el valor de la expresión

$$\frac{\log[f(-1)] + \log[f(-2)]}{3}$$, es :

(a) $\log \sqrt[3]{5^2}$ (b) log 5 (c) $\log 5^{-1}$
(d) $\log \sqrt{5}$ (e) - log 25

---

4. ¿Para cuál de los siguientes datos, existe un triángulo ABC determinado de manera única?

A) AB = 11cm, BC = 19cm, CA = 7cm
B) AB = 11cm, BC = 6cm, $\angle$BAC = 63°
C) AB = 11cm, CA = 7cm, $\angle$CBA = 128°
D) AB = 11cm, $\angle$BAC = 63°, $\angle$CBA = 128°
E) Para ninguno de ellos.

---

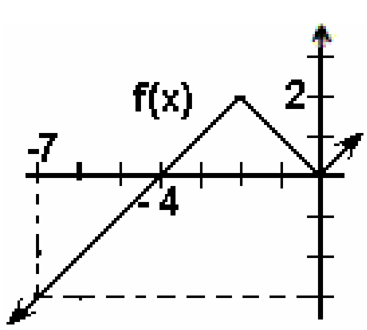
5. Sean $x > y > 1$, enteros tales que x, y, x–y, x+y son todos primos.

Entonces $S = x + y + (x – y) + (x + y)$

A) es par B) es múltiplo de 3 C) es múltiplo de 5 D) es múltiplo de 7 E) es primo

---

6. La gráfica de la función f, definida para todos los números reales, está formada por dos semirrectas y un segmento, como se muestra en la figura. ¿Cuál es el conjunto de soluciones de la ecuación $f(f(f(x))) = 0$.



A) {-4, 0} B) {-8, -4, 0} C) {-12, -8, -4, 0}
D) ∅ E) {-16, -12, -8, -4, 0}

---

7. Se sabe que un triángulo equilátero "T" tiene la misma área que un cuadrado "S" . ¿Cuánto vale el cociente entre las longitudes del lado de "T" y el lado de "S" ?

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ D) $\frac{2}{\left(3^{1/2}\right)^{1/2}}$ E) $\frac{2}{1}$

EJERCICIOS DE LOS JUEGOS MATEMÁTICOS 2007.

<u>SERIE 7º - 8º BÁSICO</u>

1. En una pista de patinaje circular, un chico patina en dirección opuesta a una chica que le gusta.
Como la quiere ver muchas veces, viaja al doble de velocidad que la chica.
Se la cruza en 24 ocasiones.
¿ Cuántas vueltas da la chica en ese lapso ?

---

2. Determinar el menor número positivo divisible por 999 y que no tenga el dígito 9.

---

3. Al comenzar los estudios de Enseñanza Media se les hace una Prueba a los estudiantes con 30 problemas sobre Matemáticas. Por cada problema contestado correctamente se le dan 5 puntos y por cada problema incorrecto o no contestado se le quitan 2 puntos. Un alumno obtuvo en total 94 puntos. ¿Cuántos problemas respondió correctamente?

---

4. Si un Dragón Rojo tuviera 6 cabezas más que un Dragón Verde, entre los dos tendrían 34 cabezas. Pero el Dragón Rojo tiene 6 cabezas menos que el Verde. ¿Cuántas cabezas tiene el Dragón Rojo?

---

5. $2\cdot\left(1-\frac{1}{2}\right)+3\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)+4\cdot\left(1-\frac{1}{4}\right)+.............+20\cdot\left(1-\frac{1}{20}\right)$ = ?

---

6. Tomás gasta $\frac{1}{3}$ de su dinero el lunes, y $\frac{1}{4}$ de lo que le queda el martes. ¿Qué fracción del dinero inicial le queda?

A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{5}{7}$ E) $\frac{11}{12}$

---

7. Benito tiene 20 bolas de colores: amarillas, verdes, azules y negras. 17 de ellas no son verdes, 5 son negras, 12 no son amarillas. ¿Cuántas bolas azules tiene Benito?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 8 E) 15

---

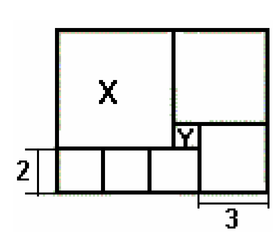
8. A Beatriz le gusta calcular la suma de las cifras que ve en su reloj digital (por ejemplo, si el reloj marca 21:17, entonces Beatriz obtiene 11). ¿Cuál es la máxima suma que puede obtener?

A) 24 B) 36 C) 19 D) 25
E) otra respuesta

---

9. La figura de la derecha consta de 7 cuadrados. El cuadrado X es el mayor, e Y el más pequeño. ¿En cuántos cuadrados Y puede ser dividido el cuadrado X?

A) 16 B) 25
C) 36 D) 49
E) Es imposible

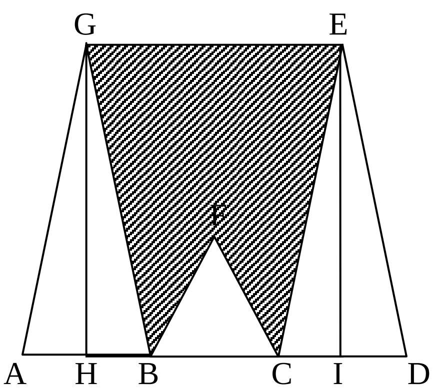


10. En un dado, la suma de los puntos situados en caras opuestas es siempre 7. Cada vértice es compartido por 3 caras. Se calcula, para cada vértice del dado, la suma de los puntos situados en esas tres caras. ¿Qué resultado es imposible de obtener?

A) 6 B) 9 C) 10
D) 13 E) 14

SERIE 1º - 2º MEDIO.

1. Los triángulos ABG y CDE de la figura son isósceles congruentes, además el triángulo BCF es equilátero y $\overline{AB} = \overline{CD} = 2\overline{BC}$. Si $\overline{AD}$ = 36 cm. y $\overline{GH}$ = 8 cm. ¿Cuál es el perímetro de la zona achurada?

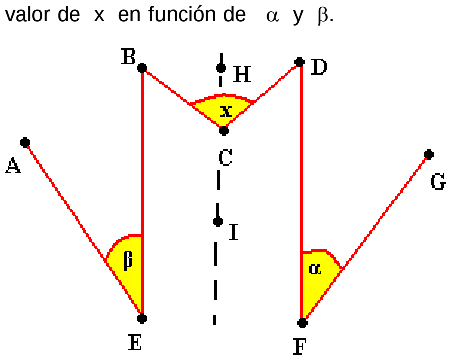


2. Se tiene un recipiente lleno de vino, se saca 30% de lo que no se saca, luego se vuelve a sacar el 25% de lo que no se saca y al final se devuelve tanto como lo que no se devuelve. Calcula el volumen de dicho recipiente si al final no se devolvieron 10 litros.

3. La familia de Pepe Pinto está formada exactamente por 1 abuelo, 1 abuela, 2 padres, 2 madres, 3 nietos, 1 hermano, 2 hermanas, 2 hijos, 2 hijas, 1 suegro, 1 suegra y 1 nuera. ¿Cuál es el menor número posible de miembros de la familia?

4. Tres amigos generosos, cada uno con algún dinero en efectivo en sus bolsillos, redistribuyen su dinero como sigue. Amalia da suficiente dinero a Julián y A Martin para duplicar la cantidad que cada uno de ellos tiene. Julián luego da suficiente dinero a Amalia y a Martin para duplicar la cantidad que cada uno de ellos tiene en ese momento. Finalmente Martin da a Amalia y a Julián suficiente dinero para duplicar las cantidades que tienen .Si Martín tiene 36000 cuando comienza y 36000 cuando termina,¿Cuál es la cantidad total de dinero que tienen los tres amigos?

5. Sea AE // BC, BE// DF, CD// FG. Determinar el valor de x en función de α y β.



6. Dos amigos, Alex y José, van a hacer fuego para cocinar. Usarán 15 trozos iguales de madera; Alex lleva 8 y José 7. Carlos les sugiere unirse a ellos, pagándole por usar su fuego 30 monedas del mismo valor. La forma equitativa de repartir las monedas es:

A) 22 a Alex y 8 a José B) 20 a Alex y 10 a José
C) 15 a Alex y 15 a José D) 16 a Alex y 14 a José
E) 18 a Alex y 12 a José

7. Tres martes de un mes caen en fechas pares. ¿Qué día de la semana será el día 21 de este mes?

A) Miércoles B) Jueves C) Viernes
D) Sábado E) Domingo

8. Un tren atraviesa un túnel de 1320 m de largo. El maquinista comprueba que él ha estado en el túnel 45 segundos exactamente. Después de que él sale del túnel, hasta que el último vagón sale de él han pasado 15 segundos más. ¿Cuál es la longitud del tren?

A) 88m B) 110m C) 220 m
D) 440 m E) 550 m

9. Si $4^x = 9$ y $9^y = 256$, entonces $x \cdot y$ vale

A) 2006 B) 48 C) 36
D) 10 E) 4

10. "R" es proporcional a "S" e inversamente proporcional a "T", si R= 8 cuando S = 4, T= 5.

Hallar "R" cuando S= 3 y T= 2:

A) 12 B) 15 C) 10
D) 9 E) 11

SERIE 3º - 4º MEDIO.

1. Una cuadrilla de pintores, que de lejos parecía una junta de médicos, tenía que pintar dos paredes, una de doble superficie que la otra. Toda la cuadrilla estuvo pintando en la pared grande durante medio día. Por la tarde la mitad de la cuadrilla pintó en la pared pequeña y la otra mitad en la grande. Al finalizar el día sólo les quedó un poco por pintar en la pared pequeña, para lo cual fue necesario que pintara un solo pintor el día siguiente completo.

¿Cuántas personas componían la cuadrilla?

NOTA: la jornada laboral está compuesta por 4 horas antes del mediodía y 4 horas por la tarde. Todos los pintores rinden el mismo trabajo y de forma uniforme.

2. El reloj de mi abuela adelanta un minuto por hora, y el de mi abuelo se atrasa medio minuto por hora. Cuando salgo de su casa, sincronizo los dos relojes y les digo que volveré cuando la diferencia entre los tiempos que marcan sus relojes sea exactamente una hora. ¿Cuánto tiempo tardaré en volver ?

3. La función $f(x) = \dfrac{150.000 \cdot 2^{ax}}{1 + 3 \cdot 2^{ax}}$ se utiliza al estudiar el crecimiento de la población, donde "a" es un número positivo. ¿Qué sucede con la función f(x) cuando "x" aumenta más y más? ¿Cuál es el máximo de habitantes que podría llegar a tener la población?

4. Dado el volumen **V** , la superficie lateral $\mathbf{A_L}$ y la superficie total $\mathbf{A_T}$ de un cilindro de revolución. Demostrar que $8\pi V^2 = A_L^2 \cdot (A_T - A_L)$

5. Si el área del triángulo acutángulo ABC es $\frac{1}{4}$ AC · BC, entonces el ángulo C es :

A) 60º B) 50º C) 40º
D) 30º E) 20º

6. Como la luz viaja a velocidad finita (pero muy grande), vemos la luna como era hace 1 segundo y el Sol como era hace 8 minutos y medio. ¿Cuántas veces más lejos de la Tierra está el Sol que la Luna?

A) 10 B) 60 C) 510
D) 3000 E) 300000

7. El producto de los números naturales de 1 a 11 ($1x2 \times 3 \times \ldots \times 9 \times 10 \times 11$) es 399z6800.
¿Qué cifra es z ?

A) 0 B) 1 C) 3 D) 5 E) 9

8. Se sabe que z y b son enteros positivos, y que $5z + 8b = 100$. ¿Cuál de las siguientes conclusiones es correcta?

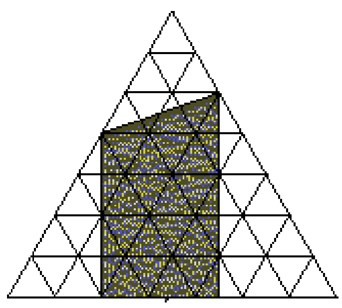
A) b es par B) b es impar
C) b es múltiplo de 5 D) b es divisible por 8
E) b es primo

9. El resto de la división del número 1001 por un número de una sola cifra es 5. ¿Cuál es el resto de la división de 2006 por ese número de una cifra?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

10. En la figura, los triángulos equiláteros pequeños tienen un área de 1 cm^2. ¿Cuál es el área de la región sombreada?

A) 20 B) 22,5
C) 23,5 D) 25
E) 32



EJERCICIOS DE OLIMPIADAS

1. Considérese la sucesión definida como $a_1 = 3$, y $a_{n+1} = a_n + a_n^2$.
Determínense las dos últimas cifras de a_{2000}.

2. Sea P un punto del lado BC de un triángulo ABC. La paralela por P a AB corta al lado AC en el punto Q y la paralela por P a AC corta al lado AB en el punto R. La razón entre las áreas de los triángulos RBP y QPC es k^2. Determínese la razón entre las áreas de los triángulos ARQ y ABC.

3. Se consideran las funciones reales de variable real f(x) de la forma: $f(x) = ax + b$, siendo a y b números reales.
¿Para qué valores de a y b se verifica $f^{2000}(x) = x$ para todo número real x.

Nota: Se define $f^2(x) = f(f(x))$, $f^3(x) = f(f(f(x)))$, y en general, $f^n(x) = f(f^{n-1}(x)) = f(f(...f(x))...))$ n veces.

4. Halla el número natural n que es el producto de los primos p, q y r, sabiendo que

$$r - q = 2p \quad y \quad rq + p^2 = 676.$$

5. Un pastor construye en un prado una cerca con forma de hexágono regular de 6 m de lado para que paste una oveja. El pastor ata la oveja cada día a un vértice distinto de la cerca con una cuerda de 3 m de longitud y el séptimo día la ata al centro con la misma cuerda. La oveja come cada día todo el pasto que está a su alcance. ¿Cuál es la superficie del cercado que queda sin pastar?

6. La hipotenusa AC de un triángulo rectángulo ABC se divide en 8 partes iguales, mediante 7 segmentos paralelos a BC. Si BC = 10, entonces la suma de las longitudes de esos 7 segmentos es igual a :

A) No se puede saber B) 50 C) 70
D) 35 E) 45

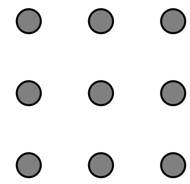
7. Escribimos en orden creciente los números enteros positivos que son iguales al producto de sus divisores positivos (distintos de ellos mismos) . ¿ Cuál es el sexto de esos números?

A) 14 B) 15 C) 21
D) 22 E) 25

8. La longitud de una pieza mágica rectangular de cuero se reduce a la mitad y su anchura se reduce en una tercera parte después de conceder un deseo a su propietario. Después de 3 deseos tiene un área de 4 cm^2 , y su anchura inicial era 9 cm. ¿ Cuál era su longitud inicial?

A)12cm B) 36 cm C) 4 cm
D) 18 cm E) Imposible saberlo

9. Los 9 puntos de la figura son los vértices de un retículo. ¿Cuál es el mayor número de triángulos que no sean rectángulos y no sean iguales entre sí, que tienen sus vértices en esos puntos?



A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

10. Hallar la última cifra de la representación decimal finita del número $\dfrac{1}{5^{2000}}$

A 2 B) 4 C) 6
D) 8 E) 5

11. Hay once árboles plantados en línea recta, equidistantes. Un mono está en el primer árbol. Puede saltar de un árbol a otro si son contiguos o si entre ellos hay otro árbol. Si el mono se mueve sólo en un sentido, ¿de cuántas maneras distintas puede llegar al undécimo árbol?

A) 80 B) 84 C) 87
D) 89 E) 91

12. A partir de la figura del teorema de Pitágoras se obtiene un hexágono uniendo los vértices exteriores (ver la figura). El área del hexágono vale :

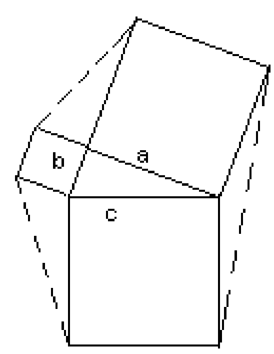
A) $ab + \frac{5}{2}\left(a^2 + b^2\right)$

B) $2ab + \frac{3}{2}\left(a^2 + b^2\right)$

C) $\frac{3}{2}ab + 2\left(a^2 + b^2\right)$

D) $2\left(ab + a^2 + b^2\right)$

E) $\frac{5}{2}ab + 2\left(a^2 + b^2\right)$



13. Pedro y María apuestan sobre el resultado del lanzamiento de una moneda. Cada uno ha depositado 20 caramelos. El primero que acierte el resultado de 10 lanzamientos ganará los 40 caramelos depositados. Cuando Pedro ya ha ganado en 7 lanzamientos y María en 9, deciden repartirse los caramelos proporcionalmente a sus respectivas probabilidades de ganar. ¿Cuántos caramelos se llevará María?

A) 20 B) 25 C) 30
D) 32 E) 35

14. La suma de las raíces del conjunto de ecuaciones dado por la igualdad $\left|\,\left|1 - |x|\right| - 5\right| = 6 - \dfrac{x^2}{3}$ es:

A) 6 B) 4 C) 2
D) 0 E) otro valor